1973 г. Август *Том 110, вып. 4*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.12.01

ГЕОМЕТРИЯ И ФИЗИКА МИКРОМИРА

Д. И. Блохинцев

СОДЕРЖАНИЕ

Настоящая статья является очерком проблем, возникающих при переносе геометрических понятий из классической физики в мир элементарных частиц.

1. УПОРЯДОЧЕНИЕ СОБЫТИЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

Теоретическая физика начинается с упорядочения событий. Это основа всех основ. Для упорядочения событий каждому точечному событию $\mathscr{P}$ приписывается четверка чисел $(x) = x_0, x_1, x_2, x_3$ — координат этого события; если одной четверки недостаточно, то событие неточечное. В дальнейшем эту операцию мы называем арифметизацией событий. Арифметизация событий предполагает определенный физический способ ее осуществления. Этот способ содержит существенный элемент соглашения *).

Современное соглашение базируется: а) на принципе универсального постоянства скорости света и б) на допущении существования «стандартных» часов **).

Основанная на этих соглашениях арифметизация ведет к пространству Минковского с недефинитной метрикой, которую мы выписываем

*) Заметим, что речь идет именно о соглашениях, подчеркиваемых уже в первых работах А. Пуанкаре [1] и А. Эйнштейна [2]. См. также [3] и особенно блестящую книгу А. А. Фридмана [4]. В последнее время этот вопрос был предметом обсуждения на страницах УФН [5]. Эти вопросы рассмотрены также в монографии [6].

**) В принципе в качестве таких часов могут служить «световые» часы, представляющие собой световой импульс, периодически отражающийся между двумя близко расположенными зеркалами. Тогда допущение б) эквивалентно допущению существования неизменного стандарта длины — расстояния между зеркалами. В настоящее время в качестве такого стандарта принята длина волны одной из линий криптона. Подробности о выборе часов см. в диссертации Р. Марцке [7] (см. также [8]).

в обычных обозначениях:

$$ds^2 = c^2\,dt^2 - d\mathbf{x}^2. \tag{1}$$

Движущиеся относительно друг друга наблюдатели $\bar{\Sigma}$ и Σ, производя арифметизацию одним и тем же способом, припишут тем не менее разные координаты $(\bar{x})$ и (x) одному и тому же событию $\mathscr{P}$.

Предполагается, что существует взаимно однозначное соответствие между координатами $(\bar{x})$ и (x) и что метрика (1) универсальна. Тогда преобразование, связывающее координаты $(\bar{x})$ и (x) в декартовой системе координат, есть преобразование Пуанкаре — Лоренца

$$\bar{x} = \Lambda(u)\,x + a, \tag{2}$$

где параметры преобразования u и a имеют смысл относительной скорости систем отсчета $\bar{\Sigma}$ и Σ и относительного сдвига начала координат; $\Lambda(u)$ — матрица преобразования.

Подчеркнем, что взаимная однозначность между координатами $(\bar{x})$ и (x) одного и того же события $\mathscr{P}$ есть предположение. Действительно, параметры преобразования (2) u и a могли бы быть случайными величинами или даже операторами. В этом случае преобразование (2) должно быть дополнено заданием вероятности $d\,w(u, a) \geqslant 0$ или соответственно вектора состояний Ψ, к которому применяются операторы $\hat{u}$ и $\hat{a}$ (ср. гл. 3).

Для рассматриваемых в дальнейшем вопросов важно, что метрика (1) индефинитна. Из индефинитности этой метрики следует, что понятие близости двух событий $\mathscr{P}$ и $\mathscr{P}'$ в пространстве $\mathscr{R}_4(x)$ не есть инвариантное понятие и может быть сформулировано только применительно к данной системе отсчета Σ.

Такова в самых важнейших чертах геометрия, лучше сказать, хроногеометрия (см. [6-8]), соответствующая содержанию специальной теории относительности.

Разумеется, что можно избрать и другую физическую основу для арифметизации событий, подобно тому как можно избирать различные единицы мер. При этом мы пришли бы к другой геометрии и к другому способу описания физических явлений.

Фундаментальное преимущество метода, лежащего в основе теории относительности А. Эйнштейна, заключается в том, что именно при применении этого метода арифметизации событий выявляется инвариантность основных законов физики. Закон, выражаемый соотношением

$$F(A, B, x, \ldots) = 0 \tag{3}$$

в системе отсчета Σ, выражается в системе $\bar{\Sigma}$ соотношением

$$F(\bar{A}, \bar{B}, x, \ldots) = 0, \tag{3'}$$

где величины $\bar{A}$, $\bar{B}$, ... суть скаляры, спиноры, векторы или тензоры.

Поэтому не всякий способ арифметизации событий приемлем. Способ арифметизации, во-первых, должен быть физически осуществим (хотя бы в идеальном эксперименте), и, во-вторых, он должен быть максимально универсален; последнее означает, что он должен опираться на круг явлений, который является наиболее объемлющим *).

*) Так, например, соглашение, в основу которого была бы положена скорость звука u вместо скорости света c, внесло бы в рассмотрение всех физических явлений весьма превратные особенности звуковых явлений. Подобным же образом измерение

На этом можно закончить описание метода арифметизации событий, принятого в классической релятивистской физике. В последующем рассматриваются возможные ограничения этого метода. Рассмотрение этих ограничений, как будет видно из дальнейшего, полезно для понимания более сложной ситуации в мире элементарных частиц.

2. ВОЗМОЖНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ПРИНЯТОЙ АРИФМЕТИЗАЦИИ

В классической физике понятию точечного события хорошо соответствует понятие материальной точки — объекта конечной массы $m_0 \neq 0$ и неограниченно малых размеров $a \to 0$.

В силу предполагаемой непрерывности пространства в каждой его точке может быть построено пространство касательных векторов бесконечно малых смещений и ковариантное пространство импульсов $\mathscr{R}_4(x)$. Метрика этого пространства также недефинитна и имеет вид

$$dp^2 = dp_0^2 - d\mathbf{p}^2, \tag{4}$$

где $d\mathbf{p}^2 = dp_1^2 + dp_2^2 + dp_3^2$. Этот вид определяется метрикой, принятой в пространстве $\mathscr{R}_4(x)$. Таким образом, структуры пространства $\mathscr{R}_4(x)$ и $\mathscr{R}_4(p)$ не независимы.

Движение материальной точки (или их системы) может быть наиболее общим образом сформулировано в терминах геометрии Финслера [9]. Геометрия Финслера является обобщением геометрии Римана в том отношении, что элемент длины ds в этой геометрии в общем случае зависит не только от точки пространства, но и от направления луча в соседнюю точку. Именно:

$$ds = L(x, dx), \tag{5}$$

где L есть однородная функция смещений dx первой степени. Согласно сказанному эта функция может любым образом зависеть от отношений dx_k/dx_i, в частности таким образом, что ds будет релятивистским инвариантом.

Если теперь ds рассматривать как дифференциал функции Лагранжа, то принцип наименьшего действия оказывается тождественным условию движения материальной точки по геодезической линии в пространстве Финслера: $\delta \int ds = 0$.

Никаких логических противоречий между эйнштейновским способом арифметизации и механикой материальных точек в рамках специальной теории относительности не существует. Поэтому материальные точки в специальной теории относительности могут рассматриваться как объекты, физически реализующие точечное событие $\mathscr{P}(x)$. Ограничения приходят со стороны гравитации. Будем рассматривать материальную точку как материальную частицу конечных размеров a. Пусть m_0 — ее масса покоя. Тогда, если гравитационный радиус этой частицы a_g,

$$a_g = \frac{2km_0}{c^2} \tag{6}$$

(здесь $k = 6{,}7 \cdot 10^{-8}$ *см*^{3}/*г*$\cdot$*сек*^{2} есть гравитационная постоянная Ньютона), больше ее размера a, то метрические соотношения «внутри» частицы существенно меняются. Метрика становится нестационарной и наступает

длин с помощью пружинного динамометра внесло бы в рассмотрение всех явлений крайне специальные свойства пружины (см. по этому поводу [4, 6]). По этой же причине выбор системы координат, в принципе произвольный, на самом деле должен наилучшим способом соответствовать характеру изучаемой проблемы, дабы не запутать существо явлений.

явление коллапса [10, 11]. При этом ни один сигнал из области $r < a_g$ не может достичь внешнего наблюдателя, и поэтому невозможна никакая информация об упорядочении событий внутри коллапсирующей частицы. Из (6) видно, что целесообразно иметь в качестве объектов, маркирующих точки пространства-времени, материальные частицы с наименьшей массой ($m_0 \to 0$). Однако при $a \to a_g$ возникает критическая плотность

$$\rho_g = \frac{3}{4\pi}\left(\frac{c^2}{2k}\right)^3 \frac{1}{m_0^2} \qquad (7)$$

Эта плотность при $m_0 \to 0$ может перешагнуть пределы, известные нам из физики элементарных частиц. Интересно отметить, что критическая плотность ρ_g не превышает плотности элементарных частиц ρ_0, если $m_0 > M_g = 0{,}52 \cdot 10^{-5}$ *г*, т. е. меньше массы гравитационного «максимона» (см. гл. 4).

В этой связи возникает любопытный вопрос: не может ли метод арифметизации событий, принятый в теории относительности, потерять свою силу ранее, чем достигается условие $\rho = \rho_g$. В самом деле, если при некоторой плотности материи $\rho_к < \rho_g$ ни один световой сигнал и даже нейтринный сигнал не может распространяться в среде в силу исключительно сильной экстинкции, упорядочение событий в такой среде с помощью световых или нейтринных волн становится невозможным. В этих условиях звуковой сигнал может оказаться более подходящим средством для упорядочения событий. Скорость такого сигнала v может быть и больше скорости света в пустоте c, тем не менее никакого противоречия с принципом причинности не возникает, так как v-сигнал, а не c-сигнал применяется для упорядочения событий (см. подробности в [6]).

Другого рода ограничения для применимости стандартного метода упорядочения событий происходят со стороны стохастических гравитационных полей. Поля, создаваемые турбулентным движением материи, неизбежно ведут к тому, что метрический тензор $g_{\mu\nu}(x)$ становится стохастической величиной $\hat{g}_{\mu\nu}(x)$. Тот же самый характер случайной величины приобретает и интервал между событиями:

$$d\hat{s}^2 = \hat{g}_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu. \qquad (8)$$

Если флуктуации $\hat{h}_{\mu\nu}(x)$ метрического тензора $\hat{g}_{\mu\nu}(x)$ невелики по сравнению со средними значениями $\langle \hat{g}_{\mu\nu}(x) \rangle = \bar{g}_{\mu\nu}(x)$, то этот тензор целесообразно представить в виде

$$\hat{g}_{\mu\nu}(x) = \bar{g}_{\mu\nu}(x) + \hat{h}_{\mu\nu}(x). \qquad (9)$$

В этом случае упорядочение событий можно основывать на метрике, определенной главной частью метрического тензора (ср. [6, 12]). Если же флуктуации не малы, то упорядочение событий в $\mathcal{R}_4(x)$ становится существенно стохастическим. Пространства со стохастической метрикой с аксиоматической точки зрения были рассмотрены в работах [13, 14]. Однако аксиоматика этих пространств ограничилась положительно-дефинитной метрикой. Распространение аксиоматики на стохастические пространства типа Минковского представляет собой еще проблему. Относящиеся сюда задачи и пути их решения описаны в монографии [6] и в очерке [15].

Основной вопрос, возникающий скорее у физика, нежели у математика, относится к указанию метода арифметизации событий.

Не приходим ли мы здесь к самой границе применения понятия об упорядочении событий?

Проблемы, связанные с метрикой при больших флуктуациях и при крайне больших плотностях вещества, вероятно, приобретут первостепенное значение при анализе ранних стадий «большого взрыва» («big bang»). Мы знаем, что сейчас господствуют определенные законы и существуют определенные симметрии, но нет оснований утверждать, что эти формы существования материи предписаны извечно. Не исключено, что современный нам вакуум и известный нам мир элементарных частиц являются лишь одним из возможных путей эволюции Вселенной, избранных в результате конкуренции различных возможностей. Однако на современной стадии наших знаний мы не имеем достаточных данных, чтобы обсуждать детальнее эту сторону дела.

3. ТОЧЕЧНОЕ СОБЫТИЕ В МИКРОМИРЕ

Обратимся теперь к миру элементарных частиц. В основе современной квантовой теории поля, с помощью которой описывается поведение элементарных частиц, лежит условие локальности

$$[\hat{\varphi}(x),\ \hat{\varphi}(y)] = D(x-y), \tag{10}$$

$$D(x-y) = 0 \quad \text{для} \quad (x-y)^2 < 0; \tag{10'}$$

здесь $\hat{\varphi}(x)$ — оператор поля, взятый в точке (x), $\hat{\varphi}(y)$ — оператор того же поля, взятый в точке (y), $[\hat{A},\ \hat{B}]$ означает коммутатор операторов $\hat{A}$ и $\hat{B}$ *). Условие (10) есть выражение принципа причинности и означает независимость полей, если точки (x) и (y) разделены пространственно-подобным интервалом $(x-y)^2 < 0$. Иными словами, произвольная вариация поля в точке (x) не может влиять на поле в точке (y), поскольку сигнал, идущий со скоростью $v \leqslant c$, не может в этом случае достичь точки (y) (и обратно).

В условиях локальности (10) координаты точек (x), (y) предполагаются определенными неограниченно точно. Такое предположение равнозначно допущению существования точечных событий $\mathcal{P}(x)$, $\mathcal{P}(y)$, и нам предстоит исследовать, насколько непротиворечиво это предположение в рамках той же локальной теории.

Естественными кандидатами на роль представителей точечных событий являются сами элементарные частицы — аналоги материальных точек классической физики. Однако эта аналогия оказывается не очень далеко идущей из-за ряда особенностей, продиктованных законами квантовой физики.

Во-первых, все частицы с массой покоя $m_0 = 0$ должны быть исключены из аналогии, так как они нелокализуемы в пространстве $\mathcal{R}_4(x)$. Они могут быть локализованы лишь в касательном пространстве $\mathcal{R}_4(p)$.

Но и частицы с массой покоя $m_0 \neq 0$ доставляют затруднения.

Бозоны с массой покоя $m_0 \neq 0$ не могут быть локализованы в пространстве $\mathcal{R}_4(x)$ точнее, нежели в пределах $\Delta x \approx \hbar/m_0c$.

Действительно, подчиняющаяся закону сохранения плотность $\rho(t,\ \mathbf{x})$ мезонного поля $\varphi(t,\ \mathbf{x})$ при $t = 0$ равна

$$\rho(0,\ \mathbf{x}) = \varphi^*(0,\ \mathbf{x})\,\hat{\Omega}\varphi(0,\ \mathbf{x}) \tag{11}$$

(где $\hat{\Omega} = (m_0^2 - \nabla^2)^{1/2}$ есть оператор частоты, а ∇ — оператор градиента). Она положительно-дефинитна лишь в области $|\nabla| \ll m_0$, т. е. в нереля-

*) Или антикоммутатор, если поле спинорное. Мы выписали явно условие для скалярного поля $\varphi(x)$.

тивистской области. В этом случае величина

$$\rho(0, \mathbf{x}) \approx |\varphi(0, \mathbf{x})|^2 \geqslant 0 \tag{12}$$

и может быть истолкована как *плотность вероятности* нахождения бозона в точке x в момент времени $t = 0$. Однако при $|\nabla| \ll m_0$ плотность $\rho(0, \mathbf{x})$ распределена в пространстве в области $|\Delta\mathbf{x}| \gg \hbar/m_0c$.

Для спинорных частиц, подчиняющихся уравнению Дирака, существует положительно-дефинитная плотность вероятности

$$\rho(0, \mathbf{x}) = \overline{\psi}(0, \mathbf{x})\,\psi(0, \mathbf{x}) \geqslant 0, \tag{13}$$

где $\psi(0, \mathbf{x})$ есть волновая функция для одночастичного состояния. Существует поверье, что для одночастичного состояния $\overline{\Delta x^2} > (\hbar/m_0c)^2$. На самом деле для одночастичного состояния имеет место обычное соотношение неопределенностей $\overline{\Delta x^2} > \hbar^2/4\overline{\Delta p^2}$ (см. [6, 16]). Однако необходимо учесть обмен состояниями между рассматриваемой частицей и частицами вакуума. Этот обмен в силу принципа Паули приводит к поляризации вакуума в области порядка $\hbar/m_0c$ (см. [43]). По этой причине позиция исходной частицы становится неопределенной в той же области. Следует иметь в виду, что создание и волнового пакета размером $\Delta x \lessdot \hbar/m_0c$ с помощью внешнего поля, даже при адиабатическом его включении, приведет к рождению пар частиц, так что реализовать одночастичное состояние со столь узким распределением невозможно *). Поэтому точная локализация спинорных частиц оказывается также иллюзорной.

Мы видим, что в микромире нет объектов, которые могли бы быть моделью точечного события $\mathscr{P}(x)$, так как элементарные частицы не могут быть локализованы точнее, нежели с точностью **)

$$\Delta x > \frac{\hbar}{m_0c} \tag{14}$$

В классической физике не только можно рассматривать материальные точки как реализацию точечного события, но их можно выбрать и в качестве тела отсчета (Bezugskörper), которым фиксируется система отсчета. В мире элементарных частиц это оказывается невозможным.

Если в качестве тела отсчета взять элементарную частицу с массой покоя m_0, то в преобразовании Лоренца (2) u будет четырехмерной скоростью частицы $u = p/m_0c$ (здесь p — импульс частицы), а пространственные компоненты сдвига a_1, a_2, a_3 — ее координатами в момент времени $t = 0$.

Из соотношения неопределенностей

$$[p_i, a_k] = i\hbar\delta_{ik} \tag{15}$$

следует, что параметры преобразования (2) становятся операторами. Поэтому становятся операторами и координаты $(\overline{x})$, отсчитываемые относительно такого тела отсчета. В частности, из (2) и (15) нетрудно вычислить коммутатор $\overline{x}$ и $\overline{t}$

$$[\overline{x}, \overline{t}] = i\frac{\hbar}{m_0c}(x - vt), \tag{16}$$

где v — оператор трехмерной скорости частицы.

*) Например, в компаунд-ядре, образующемся при сближении двух ядер с зарядами Z_1, Z_2, при условии $Z_1 + Z_2 > 137$ возникает электронная орбита с радиусом $a_0 \approx h/m_0c$. Однако при этом будут адиабатически рождаться пары e^+, e^- — явление неодночастичное (см. по этому поводу [17]).

**) На возможное принципиальное значение такой неточности обращалось внимание еще на первых порах развития квантовой теории поля (см. [44–46]).

Таким образом, элементарные частицы конечной массы не могут быть использованы ни в качестве объектов, с помощью которых отмечаются точки в пространстве $\mathscr{R}_4(x)$, ни в качестве тел отсчета.

С другой стороны, экспериментальные факты указывают на то, что предсказания локальной теории поля, основанной на условии микроскопичности (10), соблюдаются до масштабов порядка 10^{-15} *см* (см [18]).

Поэтому следует предполагать, что существуют элементарные частицы, с массой существенно более тяжелой, нежели масса нуклона m_p, для которого

$$\Delta x \approx \frac{\hbar}{m_0 c} = 2 \cdot 10^{-14} \text{ см}.$$

Из предыдущего следует, что локальная теория неявно предполагает существование как угодно тяжелых элементарных частиц ($m_0 \to \infty$). В этом предположении противоречие между использованием понятия как угодно точных координат точки в пространстве $\mathscr{R}_4(x)$ и отсутствием объектов, пригодных для роли точечных событии, было бы снято.

Ограничение масс частиц сверху некоторым пределом $m_0 = M$ («максимоном») означало бы принципиальное ограничение применимости локальной теории для масштабов порядка $\Delta x \sim \hbar/Mc$.

Требования идеального эксперимента по маркировке точки пространства-времени в классической физике и в квантовой оказываются прямо противоположными. В последующем будут рассмотрены возможные причины для существования верхнего предела массы элементарной частицы.

4. ГРАВИТАЦИЯ В МИКРОМИРЕ

Ограничения на массу элементарных частиц, как и в макроскопической физике, могут прийти со стороны гравитации.

Согласно основной идее А Эйнштейна кривизна пространства-времени $R_{\mu\nu}$ и его метрика R определяются движением материи Основные уравнения теории гласят·

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R - \frac{8\pi k}{c^2} T_{\mu\nu}(x). \qquad (17)$$

Напомним, что здесь $R_{\mu\nu}$ — тензор кривизны, $T_{\mu\nu}$ — тензор импульс-энергии, k — гравитационная постоянная.

При детальном описании движения материи обязательно выступят на сцену квантовые явления. Следовательно, тензор $T_{\mu\nu}$ должен рассматриваться как стохастическая величина, представляемая оператором $\hat{T}_{\mu\nu}$. Вместе с тем становятся операторами и величины в левой части уравнения (17). Иными словами, как только движение материи рассматривается только с точностью до квантовых явлений, так гравитационное поле становится квантовым полем *).

Совсем другой вопрос о том, какова может быть роль гравитационных явлений в квантовой области.

Например, гравитационное поле, порождаемое нулевыми колебаниями твердого тела по отношению к полю, создаваемому основной массой его атомов, определяется дробью $\hbar\omega_0/m_0c^2$, где ω_0 — дебаевская частота, а m_0 — масса атома (или молекулы) Эта дробь по порядку величины равна $10^{-11}A^{-1}$ (A — атомный вес атомов).

---

*) По вопросу о возможности распространения уравнения Эйнштейна в область квантовых явлений существуют и другие взгляды Описанный выше подход является наиболее естественным развитием идеи Эйнштеина.

Разложим тензор импульс-энергии $T_{\mu\nu}$ на две части:

$$T_{\mu\nu}(x) = \overline{T}_{\mu\nu}(x) + \hat{t}_{\mu\nu}(x), \tag{18}$$

где часть $\overline{T}_{\mu\nu}(x)$ определяется средним движением материи, а часть $\hat{t}_{\mu\nu}(x)$ — флуктуациями этого движения. Метрический тензор $g_{\mu\nu}(x)$ представим в виде, указанном в (9). Тогда уравнение Эйнштейна (17) принимает вид

$$A^{\rho\sigma}_{\mu\nu}\hat{h}_{\rho\sigma} + B^{\rho\sigma\alpha}_{\mu\nu}\frac{\partial\hat{h}_{\rho\sigma}}{\partial x_\alpha} + C^{\rho\sigma\alpha\beta}_{\mu\nu}\frac{\partial^2\hat{h}_{\rho\sigma}}{\partial x_\alpha\,\partial x_\beta} = \frac{8\pi k}{c^2}\hat{t}_{\mu\nu}(x), \tag{19}$$

где тензоры A, B, C зависят лишь от среднего тензора $\overline{g}_{\mu\nu}$ и его производных.

Если массы m, определяющие среднюю метрику, имеют размер порядка a, то кривизна пространства R по порядку величины равна

$$R = \frac{1}{l^2} \approx \frac{1}{a^2}\frac{a_g}{a}, \tag{20}$$

как это непосредственно следует из уравнения Эйнштейна (17); здесь a_g — гравитационный радиус тела (см. (6)), а l — длина, характеризующая кривизну пространства. Если характерная масса флуктуации есть Δm, а ее характерный размер есть b, то уравнение (19) схематически может быть записано в виде

$$\frac{\alpha}{l^2}\hat{h} + \frac{\beta}{ll'}\hat{h} + \frac{\gamma}{l'^2}\hat{h} \approx \frac{4\pi b_g}{b^3}, \tag{21}$$

где

$$b_g = \frac{2k\Delta m}{c^2} \tag{22}$$

есть гравитационный радиус флуктуации, l' — масштаб длины, характеризующий градиент стохастического поля $\hat{h}$; α, β, γ — числовые коэффициенты.

По смыслу уравнения (14) $l' \ll l$. Далее, из линейности уравнения следует, что масштаб длины, определяющий градиент тензора $\hat{h}$, и масштаб, определяющий градиент тензора материи, должны быть сравнимы между собой. Отсюда следует $l' \approx b$. Таким образом, из (21) получаем

$$\hat{h} \approx \frac{b_g}{b}. \tag{23}$$

Это равенство определяет порядок величины флуктуаций гравитационного поля $\hat{h}$ по величинам, характеризующим флуктуации материи.

Отсюда нетрудно определить флуктуации метрического тензора, обусловленные нулевыми колебаниями какого-нибудь квантового поля. Например, для скалярного поля $\varphi(x)$ нулевые колебания массы, имеющие масштаб, превосходящий b, составляют

$$\Delta m(b) = \frac{\Delta E(b)}{c^2} = \frac{b^3}{c^2}\int\limits_0^{1/b}\frac{\hbar\omega_k}{2}\,d^3k = \frac{\hbar}{cb}, \tag{24}$$

где $\hbar\omega_k/2$ — нулевая энергия k-го колебания.

Подставляя (24) в (23), получим

$$\hat{h} \approx \frac{8\pi k}{c^2}\frac{\Delta m(b)}{b} = \frac{\Lambda_g^2}{b^2}, \tag{25}$$

где

$$\Lambda_g = \sqrt{\frac{8\pi k\hbar}{c^3}} = 0{,}82\cdot 10^{-32}\ \text{см} \tag{26}$$

есть известная длина, объединяющая гравитационную постоянную и постоянную Планка.

Из (25) видно, что эта длина определяет величину флуктуаций метрического тензора, вызванных квантовыми флуктуациями материального поля. Эти флуктуации малы во всей области частот, для которых

$$b \gg \Lambda_g. \tag{27}$$

Обратимся теперь к коллапсированной частице, рассмотренной в гл. 2, и учтем квантовые эффекты. Частица, имеющая массу m, имеет эффективный размер порядка $a = \hbar/mc$; допустим, что эта частица достигла предельной массы так, что ее гравитационный радиус $a_g = a$. Тогда из условия $8\pi km/c^2 \approx \hbar/mc$ следует

$$a = \Lambda_g,\quad m = M_g = \frac{\hbar}{\Lambda_g c} = 0{,}52\cdot 10^{-5}\ \text{г}. \tag{28}$$

Таким образом, длина Λ_g определяет максимальную массу, которую может иметь частица, подчиняющаяся законам квантовой теории. При этом, согласно (7), плотность материи достигает предельного значения. Такая частица была названа Марковым «максимоном» [19, 20].

Из (27) и (28) следуют совершенно различные выводы относительно роли гравитации в мире элементарных частиц в зависимости от того, какими частотами $\Omega_0 = c/a$ ограничивается на самом деле спектр вакуумных флуктуаций. Согласно современной теории он почти равномерно распределен по частотам, и высокие частоты должны бы давать неограниченно большой вклад в гравитацию. Если же позднее по той или иной причине окажется, что возможные частоты в микромире ограничены «элементарной» длиной $a \gg \Lambda_g$, то гравитационные эффекты будут несущественными.

В противоположном случае они будут играть фундаментальную роль в микромире, но в своем квантовом облике *).

Предсказания и надежды, основанные на классических расчетах гравитации, будут мажорированы квантовыми эффектами.

Вместе с тем «классическая» средняя метрика потеряет свое определяющее значение и возникнет ситуация, отмеченная в гл. 2: понятие интервала между событиями, а вместе с тем сама идея о возможности упорядочения событий в $\mathscr{R}_4(x)$ становится более чем сомнительной. Мы подходим здесь к краю «бездны», в которую, быть может, еще рано заглядывать.

В последующем мы рассмотрим другие возможности для ограничения локальной теории. Среди конкурентов гравитации в этой роли мы увидим «слабое» взаимодействие.

5. «СЛАБЫЙ МАКСИМОН»

В настоящее время мы различаем три типа взаимодействий: сильное, электромагнитное и слабое. Сравним их поведение при высокой энергии, пользуясь критерием, предложенным в работе [22]. Согласно этому критерию взаимодействие считается сильным, если в процессе взаимодействия

---

*) Это направление уже в течение многих лет развивается Уилером и его сотрудниками (см. [21]).

плотность кинетической энергии частиц $\varepsilon_к$ много меньше абсолютной величины плотности энергии их взаимодействия:

$$\varepsilon_к \ll |W|. \tag{29}$$

Рассмотрим с точки зрения этого критерия сперва столкновение нуклона (N) и пиона (π). Плотность полной энергии в этом случае равна

$$H = \hbar c\overline{\psi}\,\partial\psi + Mc^2\overline{\psi}\psi + \frac{1}{2}(\Box\,\varphi^2 + m^2\varphi^2) + g\overline{\psi}\gamma_5\tau\varphi\psi, \tag{30}$$

где ψ — нуклонное поле, φ — мезонное, M — масса нуклона, m — масса мезона, $\partial = \gamma^\mu\,\partial/\partial x_\mu$, g — константа взаимодействия. Пусть l есть длина, определяющая величину градиента в СЦМ ($l \approx \hbar/p = \lambda$, p — импульс частиц). Тогда плотность кинетической энергии нуклона имеет порядок величины

$$\varepsilon_N \approx \frac{\hbar c}{l}\overline{\psi}\psi \tag{31}$$

(так как $\partial \sim 1/l$), плотность мезонной кинетической энергии равна

$$\varepsilon_\pi \approx \frac{\varphi^2}{l^2} \tag{32}$$

(так как $\Box^2 \sim l^{-2}$). Отсюда

$$|W| \approx g\overline{\psi}\psi\varphi \approx \frac{g}{\hbar c l^2 \varepsilon_N \sqrt{\varepsilon_\pi}}. \tag{33}$$

Из условия (29), имея в виду, что $\varepsilon_к = \varepsilon_N + \varepsilon_\pi$, получаем

$$1 \ll \frac{g}{\hbar c}\,\frac{\varepsilon_N}{\varepsilon_N + \varepsilon_\pi}\sqrt{\varepsilon_\pi}\,l^2. \tag{34}$$

Далее

$$\varepsilon_\pi \approx \frac{pc}{l^3} \approx \frac{\hbar c}{l^4}, \tag{35}$$

$$\frac{\varepsilon_N}{\varepsilon_N + \varepsilon_\pi} \approx \frac{1}{2}. \tag{36}$$

В результате находим

$$\frac{g^2}{\hbar c} \gg 1, \tag{37}$$

откуда следует, что сильное взаимодействие, по нашему критерию, является сильным при всех условиях (поскольку неравенство (37) выполнено всегда).

Применим теперь тот же критерий к взаимодействию электромагнитного поля с заряженной спинорной частицей. В этом случае

$$W = e\overline{\psi}A\psi, \tag{38}$$

где $A = \gamma^\mu A_\mu$, A_μ — вектор-потенциал, e — заряд частиц. Следуя этой же процедуре, получим

$$\frac{e^2}{\hbar c} \gg 1. \tag{39}$$

Это неравенство не выполняется. Следовательно, по нашему критерию, электромагнитные взаимодействия не принадлежат к числу сильных взаимодействий *).

---

*) Это заключение основано на взаимодействии (38). Векторные мезоны не учтены в приведенной выше оценке.

Обратимся теперь к интересующему нас случаю слабого взаимодействия. Плотность полной энергии теперь имеет вид

$$H = \hbar c \bar{\psi}\gamma\psi + Mc^2\bar{\psi}\psi + \hbar c \bar{\varphi}\, \partial\varphi + mc^2\bar{\varphi}\varphi + g_F \bar{\psi} O_\alpha \psi \bar{\varphi} O^\alpha \varphi, \qquad (40)$$

где ψ — нуклонное поле, φ — лептонное поле, M и m — массы этих частиц. G_F — константа Ферми, O_α — спинорный оператор. Нетрудно видеть, что в этом случае энергия взаимодействия W имеет порядок

$$|W| \approx g_F \frac{\varepsilon_N l}{\hbar c} \frac{\varepsilon_l l}{\hbar c}, \qquad (41)$$

где ε_N — плотность кинетической энергии нуклонов, а ε_l — плотность кинетической энергии лептонов. Из условия (29), имея в виду, что $\varepsilon_N \approx \approx \varepsilon_l \approx pc/l^3 = \hbar c/l^4$, получим

$$\frac{\Lambda_F^2}{l^2} \gg 1, \qquad (42)$$

где $\Lambda_F = \sqrt{\frac{g_F}{\hbar c}} = 0{,}66 \cdot 10^{-16}$ *см*, $l \approx \lambda = \frac{\hbar}{p}$. Отсюда следует, что слабое взаимодействие становится сильным при энергии частиц $E \sim \hbar c/\Lambda_F \sim \sim 300$ *Гэв* (см. также [23, 24]).

Рассмотрим теперь распад тяжелого адрона массы M, обусловленный слабым взаимодействием: $M \to m + l + \tilde{\nu}$; здесь m — масса нуклона, l — лептон, $\tilde{\nu}$ — антинейтрино. Константа распада Γ для процесса указанного типа при $M \gg m$ равна [25]

$$\frac{\Gamma}{M} = \frac{1}{4\pi^3} G_F^2 M^4 N, \qquad (43)$$

где $G_F = (g_F/\hbar c) \cdot 10^{-5}/m^2$, N — число каналов различных распадов, которое может быть не малым. Из этой формулы видно, что при массе адрона

$$M > m_F = \frac{\hbar}{\Lambda_F c} \qquad (44)$$

константа распада Γ становится сравнимой с массой адрона M и адрон перестает существовать как элементарная частица, поскольку ему нельзя приписать никакой определенной массы. Условную частицу с массой M_F целесообразно назвать слабым максимоном. Это название тем более оправдано, что слабое взаимодействие на расстояниях порядка $R \leqslant \Lambda_F$ приводит к масс-дефекту D, равному массе максимона. Этот результат вытекает из расчета парных (лептонных) сил, впервые произведенного в работе [47]. Согласно этому расчету потенциал такого взаимодействия V равен $V = -(2\pi)^{-3}(\Lambda_F/R)^5 M_F c^2$. Поэтому для $R < \Lambda_F$ масс-дефект $D \sim \sim V/c^2 \approx M_F$, так что $M_F + M_F = D \sim M_F$. Это ограничение на массу частиц, как видно из (44) и (26), наступает раньше ограничения, диктуемого гравитацией, так как $M_F \ll M_g$. Вместе с тем предполагаемое ограничение локальной теории в этом случае должно наступать существенно раньше, нежели это вытекает из предположения о существовании гравитационного максимона M_g.

6. «ЧЕРНОТА» ЧАСТИЦ И ЛОКАЛЬНОСТЬ

Элементарная частица представляет собой некоторую среду, описываемую рождением и уничтожением виртуальных частиц.

Естественно поставить вопрос об условиях распространения метрического сигнала в такой своеобразной среде. Если исходить из теории возмущений, то ответ на этот вопрос дается функцией Грина, которая, будучи основана на локальной теории, гарантирует распространение взаимодействия со скоростью света.

Ситуация, однако, меняется, если взаимодействие становится сильным. В этом случае возникают, во-первых, нелинейные явления, во-вторых, сильная абсорбция как результат неупругих процессов.

Первая группа явлений имеет место в области сильных полей и малых градиентов поля. В работах [26, 27] на примере скалярного и электромагнитного полей было показано, что закон распространения этих полей существенно меняется, вплоть до исчезновения всякой возможности распространения: характеристики нелинейных уравнений становятся мнимыми и уравнение из гиперболического типа превращается в уравнение эллиптического типа. Возникающая ситуация была названа «комком» событий. Было бы более современно назвать ее «световым коллапсом» [6, 22].

В области больших градиентов появляются неупругие процессы. В работе [29] указывалось на возможное ограничение пространственно-временно́го описания структуры элементарных частиц, возникающего из того факта, что сечение неупругого процесса не уменьшается с ростом энергии, но стремится к постоянному пределу или даже медленно растет.

В то же самое время упругое рассеяние приобретает характер дифракционного рассеяния на «черном» шарике размером a. В частности, на основе первых работ по рассеянию пионов на нуклонах, было отмечено [28, 29], что «эффективный» потенциал для такого рассеяния чисто мнимый и хорошо представляется формулой *)

$$\widetilde{V}(q) = iA(E)\, e^{-a^2q^2}; \tag{45}$$

здесь q — передаваемый импульс, $A(E)$ — некоторая функция энергии E, определяемая по главному дифракционному максимуму.

В случае, когда роль неупругих процессов становится доминирующей, информация относится не столько к пространственно-временно́й структуре, сколько к рождению новых частиц.

Возникающая «чернота» частицы препятствует использованию упругого рассеяния для изучения пространственно-временно́го распределения материи. Приведенный пример с мезонами является весьма частным, поэтому он не имеет принципиального значения.

Для проблемы, изучаемой в этой статье, интерес представляла бы только такая ситуация, когда «чернота» возникала бы для наиболее универсального метрического сигнала. Наиболее универсальными являются слабые взаимодействия. Если допустить рост слабого взаимодействия до масштабов, диктуемых унитарным пределом, то возможное ограничение локальной теории условиями распространения сигнала внутри элементарной частицы совпадет с условием, вытекающим из существования «слабого максимона».

7. ПРОСТРАНСТВО ИМПУЛЬСОВ $\mathcal{R}_4(p)$

Классическая теория оперирует совместно с пространством $\mathcal{R}_4(x)$ и контравариантным касательным пространством $\mathcal{R}_4(p)$. Иная ситуация имеет место в области квантовых явлений. В квантовом движении траектория материальной точки недифференцируема (см. [31]), а пространства $\mathcal{R}_4(x)$ и $\mathcal{R}_4(p)$ взаимно дополнительны. Они относятся к двум различным, несовместимым классам измерений.

*) Такого рода потенциал сейчас успешно используется в качестве первого приближения в теории «квазипотенциала» [30].

Оба эти пространства теоретически равноправны, поскольку переход от описания в одном из них к описанию в другом осуществляется с помощью унитарного преобразования векторов состояний Ψ и соответствующего преобразования операторов $\hat{L}$, представляющих физические величины.

Однако эти два описания неравноправны в физическом эксперименте. Пространство $\mathcal{R}_4(x)$ фигурирует в опыте в своем макроскопическом облике. Непосредственно в опыте микроскопическое упорядочение событий не проявляется, так как наблюдаемая в опыте причинность является *макроскопической*.

Действительно, для того чтобы событие A, расположенное в пространственно-временно́й области $\mathcal{G}_A(x)$, можно было считать причиной события B, расположенного в области $\mathcal{G}_B(y)$, необходима уверенность в том, что при совершении A был испущен квант с энергией $\varepsilon = \hbar\omega \geqslant 0$ и импульсом $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$, который позднее поглощен в области $\mathcal{G}_B(y)$, генерируя тем самым событие B.

В этом описании причинной связи мы используем оба пространства $\mathcal{R}_4(x)$ и $\mathcal{R}_4(p)$; первое из них, чтобы отметить взаимное расположение событий A и B, второе — чтобы указать направление передачи энергии и импульса [6]. Совместное использование взаимно дополнительных пространств $\mathcal{R}_4(x)$ и $\mathcal{R}_4(p)$ выводит нас в область классической, т. е. *макроскопической*, физики.

Следовательно, пространственно-временно́е описание осуществляется с точностью, далекой от того, чтобы ограничения типа (14) стали ощутимыми.

В противоположность пространственно-временно́му описанию, импульсно-энергетическое описание в пространстве $\mathcal{R}_4(p)$ осуществляется в опыте с точностью, которая кажется неограниченной. В этом описании микроскопическая причинность, выражаемая условием локальной коммутативности (10), проявляется лишь косвенно, в предсказуемом на основе локальной теории поведения амплитуд $T_{if}(p)$ (здесь буква i указывает начальное состояние, а f — конечное состояние различных физических процессов). В частности, микропричинность находит свое выражение в аналитических свойствах амплитуды $T_{if}(p)$ в комплексной плоскости переменной p *). В пространстве $\mathcal{R}_4(p)$ состояние свободных стабильных частиц описывается точками на гиперболоиде

$$p^2 \equiv p_0^2 - \mathbf{p}^2 = m_0^2, \tag{46}$$

где m_0 — масса частицы. Каждый такой гиперболоид является пространством Лобачевского $R_3(\mathbf{p})$ с кривизной $R = -1/m_0^2$ [33].

В пространстве $\mathcal{R}_4(p)$ из-за недефинитности его метрики (4) не существует инвариантного понятия большего или малого импульса. В силу этого обстоятельства не существует и инвариантных ограничений на частоту ω или на волновой вектор $|\mathbf{k}|$. Подобное ограничение обязательно выделит какую-либо систему отсчета. Это положение является дополнительным к утверждению об отсутствии инвариантной меры близости событий в пространстве $\mathcal{R}_4(x)$.

Амплитуды $T_{if}(p)$, описывающие физические процессы, суть матричные элементы матрицы рассеяния S:

$$S_{if} = \delta_{if} + iT_{if}. \tag{47}$$

---

*) На этих свойствах основаны «дисперсионные соотношения», важные для анализа экспериментальных данных [32].

Эта матрица, как известно, определяет состояние частиц в «момент» времени $t_f = +\infty$, если оно дано в «момент» времени $t_i = -\infty$. С геометрической точки зрения S-матрица преобразует состояние частиц, данное в некотором прямом произведении пространств Лобачевского $R_3(\mathbf{p}_1) \times \times R_3(\mathbf{p}_2) \ldots R_3(\mathbf{p}_i)$ в новое состояние, данное, вообще говоря, в другом произведении таких пространств $R_3(\mathbf{p}_1') R_3(\mathbf{p}_2') \ldots R_3(\mathbf{p}_f')$.

Поскольку импульсы частиц заданы, координаты частиц неопределенны, неопределенны также и «моменты» времени $t = \pm\infty$. Поэтому упорядочение событий в $\mathscr{R}_4(x)$, достигаемое с помощью S-матрицы, является минимальным.

Вопреки распространенному мнению, описание явлений микромира с помощью S-матрицы является неполным. Посредством S-матрицы невозможно описать поведение нестабильных частиц, поскольку установление начальных условий в этом случае не может относиться к моменту времени $t = -\infty$ *).

Иллюстрацией этого утверждения может служить ситуация, возникающая в случае K^0-мезонов, когда необходимо следить за эволюцией состояния:

$$\overline{K}^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} [K_S^0(t) - K_L^0(t)], \tag{48}$$

где $\overline{K}^0$ — состояния антимезона, а K_S^0, K_L^0 суть состояния коротко- и долгоживущих мезонов, t — время. Старомодные методы описания кажутся здесь неизбежными, так как необходимо упорядочение событий во времени с точностью $\Delta t \ll \tau_S$ — времени жизни короткоживущего K^0-мезона.

Эти замечания, относящиеся к S-матрице, не ограничивают возможностей описания в пространстве $\mathscr{R}_4(p)$, которое может быть расширено и в область комплексных значений p. Более того, такое расширение представляется необходимым для описания поведения нестабильных частиц.

Поэтому, несмотря на формальную равноправность описания явлений в $\mathscr{R}_4(x)$ и $\mathscr{R}_4(p)$, описание в последнем пространстве менее уязвимо той критикой, которая направлена в адрес локальной теории, оперирующей в пространстве-времени $\mathscr{R}_4(x)$.

Видимо, именно в этой связи еще в 40-х годах Снайдером [34] была опубликована привлекательная идея, согласно которой метрика импульсного пространства $\mathscr{R}_4(p)$ может быть более сложной, нежели метрика Минковского (4); именно, вместо (4) предложена риманова метрика

$$dp^2 = g_{\mu\nu}\, dp_\mu\, dp_\nu, \tag{49}$$

где метрический тензор $g_{\mu\nu}$ есть функция импульса p:

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(p, p_\alpha), \tag{50}$$

и параметра

$$p_\alpha = \frac{\hbar}{a}; \tag{51}$$

здесь a есть некоторая «элементарная длина», а p_α — импульс, являющийся масштабом кривизны импульсного пространства.

Связь пространства $\mathscr{R}_4(x)$ с пространством $\mathscr{R}_4(p)$ основывается на предположении, что искривленное пространство есть пространство постоянной кривизны **). Это ограничение позволяет рассматривать коор-

---

*) За исключением некоторых специальных случаев, когда, например, нестабильную частицу можно рассматривать как резонанс.

**) Идея Снайдера получила дальнейшее развитие в работах Ю. А. Гельфанда [35], В. Г. Кадышевского [36] и И. Е. Тамма [37].

динаты x_0, x_1, x_2, x_3 как операторы сдвига в пространстве

$$x_\mu \to \hat{x}_\mu \equiv \left(i \frac{\partial}{\partial p_\mu} + A^\nu_\mu \frac{\partial}{\partial p_\nu} \right). \tag{52}$$

При $a = 0$ $A^\mu_\nu(p) = 0$, так что (52) переходит в представление операторов координат, характерное для локальной теории. Но и в этом варианте пространство $\mathscr{R}_4(x)$ как четырехмерное многообразие точек, представляющих координаты точечных событий, перестает существовать; дело в том, что операторы x_μ не коммутируют между собой:

$$[\hat{x}_\mu, \hat{x}_\nu] = iL_{\mu\nu} \neq 0. \tag{53}$$

В силу этого четырехмерное пространство $\mathscr{R}_4(x)$ распадается на одномерные лучи, направленные или состоящие из точек («квантование» пространства-времени).

Геометрия пространства постоянной кривизны накладывает ограничение либо на величину времениподобного импульса, либо на величину пространственноподобного импульса. В первом случае накладывается ограничение на массу частиц:

$$p_0^2 - \mathbf{p}^2 = m_0^2 < \frac{\hbar^2}{a^2} \equiv M_0^2. \tag{54}$$

Эта возможность находится в соответствии с развиваемой в этой статье концепцией, согласно которой реальная граница применимости локальной теории возникает в том случае, если по той или другой причине имеется предельное значение массы частиц («максимон»). Масса $M_0 = \hbar/a_0c$ имеет смысл «геометрического максимона» *).

Условие (54) не должно бы распространяться на макроскопические системы, масса которых может быть как угодно большой. Поэтому возникает проблема: как ограничить действие этих условий миром элементарных частиц? В этой связи интересна работа [39], развивающая вариант теории Снайдера, в котором расширение пространства импульсов за пределы массовой поверхности (54) образует пространство де Ситтера. Это пространство можно рассматривать как четырехмерную поверхность на пятимерном гиперболоиде:

$$p_0^2 - p_1^2 - p_2^2 - p_3^2 - p_4^2 = M_0^2. \tag{55}$$

В этой теории полный импульс P системы частиц остается в плоском пространстве $\mathscr{R}_4(P)$, а внутренние импульсы системы принадлежат пространству де Ситтера. Теория привлекательна не только тем, что в ней с самого начала заложено предположение о существовании максимона, но и тем, что она, по всей видимости, может быть развита в аксиоматической форме. Другой вариант нелокальной теории, также развитый в аксиоматической форме, основывается на нелокальном поле $\Psi(x)$, для которого обобщается условие локальной причинности, данное в форме T-произведения [40]:

$$T(\Psi(x)\,\Psi(y)) = \mathscr{D}_c(x - y, a), \tag{56}$$

где $\mathscr{D}_c(x - y, a)$ есть нелокальная причинная функция. Ее свойства яснее всего видны из фурье-представления

$$\mathscr{D}_c(x, a) = \int \tilde{K}(p, a)\, e^{ipx} d^4p, \tag{57}$$

*) Вторую возможность мы не рассматриваем.

где

$$\widetilde{K}(p, a) = \frac{\widetilde{V}(p, a)}{p^2 - m^2 + i\varepsilon}, \qquad (58)$$

причем $\widetilde{V}(m, a) = 1$, а другая функция $\widetilde{K}(p, a)$ есть целая функция, исчезающая при $p^2 \to -\infty$ и имеющая рост по $|\mathbf{p}|$ порядка $\rho \gg 1/2$ [41].

На первый взгляд эта теория, оперирующая, как и локальная теория, точными значениями координат в пространстве $\mathcal{R}_4(x)$, не имеет отношения к какой-либо модификации геометрии. Однако в работе [42] показано, что нелокальное поле $\Psi(x)$ можно рассматривать как среднее от поля $\Psi(\hat{x})$, определенного в стохастическом пространстве $\Gamma_4(\hat{x})$, в котором операторы координат $\hat{x}_\mu$ равны

$$\hat{x}_\mu = x_\mu + a\gamma_\mu,$$

где γ_μ — матрицы Дирака и a — некоторая длина. Предполагается, что среднее от $\hat{x}_\mu$ равно x_μ. Усреднение производится по распределению $d\,w(a)$ длины a, сосредоточенному около массы максимона M_0, т. е. около $a \approx a_0 = \hbar/M_0c$.

Оба рассмотренных варианта нелокальной теории опираются на предположение о новой метрике пространства.

Как известно, в общей теории относительности метрика не предписывается извне, а формируется самосогласованным движением материи.

Можно предполагать, что и в случае микромира метрика пространства-времени может быть продиктована полем элементарных частиц.

Претендентом на влияние на метрику в области крайней малых масштабов могло бы быть слабое взаимодействие, которое, по всей видимости, достаточно универсально.

Так это или иначе, но ясно, что не только квантование пространства в духе условий (53) или (59), но и любая зависимость метрики от движения микрочастиц неизбежно ведет нас в область стохастических пространств. Общей чертой пространств такого рода является вероятностное упорядочение точечных событий.

Способ, которым при этом входит в теорию микромира новый вероятностный аспект, в принципе отличен от того, который привносится квантовомеханическим описанием полей.

Статистика в этом случае распространяется не только на кинематику и динамику, но и на упорядочение точечных событий в пространстве-времени.

Объединенный институт ядерных исследований,
Дубна

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. H. Poincaré, Rev. Metaphys. et de Morales 6, 1 (1898).
2. А. Эйнштейн, Собр. научн. трудов, т. 1, М., «Наука», 1965, стр. 7; Сущность теории относительности, М., ИЛ, 1955.
3. Л. И. Мандельштам, Собр. соч., т. 1, М., Изд-во АН СССР, 1955.
4. А. А. Фридман, Мир как пространство и время, М., «Наука», 1965.
5. А. А. Тяпкин, УФН **106**, 617 (1972); Б. Б. Кадомцев и др., ibid., стр. 660.
6. Д. И. Блохинцев, Пространство и время в микромире, М., «Наука», 1970.
7. Р. Марцке, Дж. А. Уилер, в сборнике «Гравитация и относительность», М., «Мир», 1965.
8. Дж. Синг, Общая теория относительности, М., ИЛ, 1963.
9. H. Rund, The Differential Geometry of Finsler Space, B., Springer-Verlag, 1959.
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, изд. 4-е, М., «Наука», 1967.

11. Дж. Уилер, Б. Гаррисон, М. Вакано, К. Торн, Теория гравитации и гравитационный коллапс, М., «Мир», 1967.
12. D. I. Blokhintsev, Nuovo Cimento **16**, 382 (1942).
13. K. Menger, Proc. Nat. Ac. Sci. USA **28**, 535 (1942).
14. B. Schweizer, A. Sklar, Pacific J. Math. **10**, 1 (1960).
15. Д. И. Блохинцев, Сообщение ОИЯИ Р4-6094, Дубна, 1971.
16. D. I. Blokhintsev, Acta Phys. Sci. Hung. **22**, 307 (1967).
17. В. С. Попов, Яд. физ. **12**, 429 (1970).
18. Л. Д. Соловьев, Раппортерский доклад на XV международной конференции по физике высоких энергий, Киев, 1970.
19. М. А. Марков, Препринт ОИЯИ Е-2014, Дубна, 1966.
20. М. А. Марков, Препринт ОИЯИ Е2-5271, Дубна, 1970.
21. J. A. Wheeler, сборник «Гравитация и геометрия», М., «Мир», 1965.
22. Д. И. Блохинцев, УФН **62**, 381 (1957).
23. D. I. Blokhintsev, Proc. of Rochester Conference, 1960.
24. D. I. Blokhintsev, Nuovo Cimento **10**, 925 (1958); ЖЭТФ **35**, 1001 (1958).
25. С. М. Биленький, Введение в диаграммную технику, М., Атомиздат, 1971.
26. Д. И. Блохинцев, ДАН СССР **82**, 553 (1952); см. также [6].
27. Д. И. Блохинцев, В. Орлов, ЖЭТФ **25**, 513 (1953).
28. D. I. Blokhintsev, Nucl. Phys. **31**, 628 (1961).
29. D. I. Blokhintsev, V. S. Barashenkov, V. Grishin, Nuovo Cimento **10**, 249 (1958).
30. A. A. Logunov, A. N. Tavkhelidze, Nuovo Cimento **29**, 380 (1963).
31. Р. Фейнман, А. Хиббс, Квантовая механика и интегралы по траекториям, М., «Мир», 1968.
32. Н. Н. Боголюбов, Б. В. Медведев, М. К. Поливанов, Вопросы теории дисперсионных соотношений, М., Физматгиз, 1958.
33. Н. А. Черников, Научн. докл. высш. школы (Физ.-матем. науки), № 2, 158 (1958).
34. H. Snyder, Phys. Rev. **71**, 38 (1947).
35. Ю. А. Гельфанд, ЖЭТФ **37**, 4504 (1959); **43**, 256 (1962); **44**, 1248 (1963).
36. В. Г. Кадышевский, ЖЭТФ **41**, 1885 (1961); ДАН СССР **147**, 588 (1962); **157**, 1336 (1963).
37. И. Е. Тамм, XII международная конференция по физике высоких энергий, т. 2, ОИЯИ, Дубна, 1964, стр. 229.
38. В. Г. Кадышевский, Препринт ОИЯИ Р2-5717, Дубна, 1971.
39. A. D. Donkov, V. G. Kadyshevsky, M. D. Mateev, R. M. Mir-Kasimov, JINR Preprint E2-6992, Dubna, 1973.
40. Г. В. Ефимов, Comm. Math. Phys. **5**, 42 (1967); **7**, 138 (1968).
41. В. А. Алебастров, Г. В. Ефимов, Сообщение ОИЯИ Р2-6586, Дубна. 1972.
42. Д. И. Блохинцев, ТМФ (1973).
43. V. Weisskopf, Phys. Rev. **56**, 72 (1939).
44. V. Ambarzumian, D. Ivanenko, Zs. Phys. **64**, 563 (1930).
45. L. Landau, R. Peierls, Zs. Phys. **69**, 56 (1931).
46. E. Schrödinger, Sitzber. Preuss. Akad. Wiss. **12**, 238 (1931).
47. I. E. Tamm, D. D. Ivanenko, Nature **133**, 981 (1934).